Testový klíč

MATEMATIKA

VZOROVÝ TEST 2024/25 pro osmiletá gymnázia

1 Násobení má přednost před sčítáním a odčítáním (pokud závorka neurčí jinak).
Proto postupujeme následovně:

1.1 $7 \cdot 85 + (203 + 7 \cdot 13) : (20 : 5 + 5 \cdot 2) = 595 + (203 + 91) : (4 + 10) = 595 + 294 : 14 =$
$= 595 + 21 = \mathbf{616}$

1.2 $(208 + 24 : 2 - 40) : (45 + 5 \cdot 5 - 10) + 2 = (208 + 12 - 40) : (45 + 25 - 10) + 2 =$
$= 180 : 60 + 2 = 3 + 2 = \mathbf{5}.$

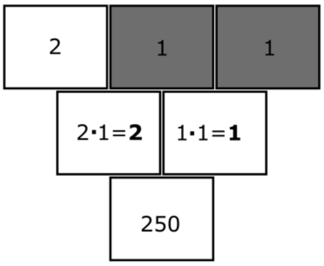
2

Nejprve si zakryjeme výsledek, který máme napsaný, a zkusíme sčítat „normálně pod sebou“ jako kdybychom znali všechna čísla. Začínáme zprava 9 + 3 = 12, napíšeme 2 a jedničku si držíme. Vidíme, že v druhém sloupci musí platit 4 + 1 + * = 12 (protože dole je napsaná 2 a tedy člověku, který počítal příklad před Vámi vyšlo 12, napsal 2 a jedničku si podržel do dalšího sloupce). Máme podezření, že pod * se skrývá číslo 7. Pokud si každou * nahradíme číslem 7, získáme 1 743 + 5 279 = 7 022, což je správně. Řešením je číslo **7**.

3

Tuto úlohu doporučujeme řešit „metodou pokus-omyl“. Začneme tím, co by se stalo, kdybychom doplnili číslo 1. Vidíme, že ve třetím řádku není splněna podmínka, tedy že 2 · 1 není 250. Proto zkusíme doplnit do šedých polí číslo 2 a opakujeme postup. Postupně dojdeme ke správnému výsledku – číslu **5**.

Tip pro urychlení: Můžeme zkusit 1 a pak až např. 4, pokud si myslíme, že 2 a 3 nebudou správnými výsledky (protože náš výsledek ve třetím řádku byl 2 a ne 250 → čísla jsou od sebe hodně daleko). Ale dávejte si pozor, ať „nepřestřelíte“.



4

4.1 Od celkového počtu limonád odečteme 60 limonád, které byly odpoledne natočeny „navíc“. Zbytek (450 – 60 = 390 limonád) rozdělíme rovným dílem na dopolední a odpolední část, tedy 390 : 2 = 195 limonád. Jelikož se dopoledne natočilo 195 limonád, připadá na odpoledne 450 – 195 = **255 limonád.**

4.2 Víme, že z hlediska času platí: 5 jízd autem = 1 cesta pěšky; 2 jízdy autem = 1 jízda na kole. Dále víme, že pro tam a zpět platí: 1 cesta pěšky + 1 cesta na kole = 35 minut. „Převedeme na jízdy autem“, tedy 5 jízd autem + 2 jízdy autem = 35 minut → 7 jízd autem zabere 35 minut, tedy 1 jízda autem zabere 5 minut. Do práce a zpět cesta autem proto zabere **10 minut.**

4.3 Úlohu řešíme „od konce“, tedy proti proudu času.

- 100 Kč od babičky odpovídalo polovině částky, kterou měl v peněžence předtím → než dostal Pavel 100 Kč od babičky, měl 200 Kč.
- 200 Kč odpovídá dvěma třetinám toho, co měl před zakoupením popcornu (třetinu dal za popcorn). Dvě třetiny = 200 Kč → jedna třetina (cena popcornu) = 100 Kč → před zakoupením popcornu měl Pavel 300 Kč.
- 300 Kč odpovídá třem pětinám částky, co měl Pavel před koupí lístku do kina → pětina = 100 Kč → před zakoupením lístku do kina měl Pavel celé kapesné ve výši **500 Kč**.

5

5.1 Abychom zjistili, zda rovnost platí, musíme nejprve vše převést na minuty:

- 1 h = 60 minut → čtvrtina hodiny je 60 : 4 = 15 minut a $\frac{3}{4}$ hodiny = 45 minut
- 4 800 s = 4 800 : 60 = 80 minut
- 1 h = 60 minut → a šestina hodiny je 60 : 6 = 10 minut.

Zadání lze tedy přepsat: 45 + 80 = _____ – 10, neboli 125 = _____ – 10
→ je potřeba doplnit číslo **135**.

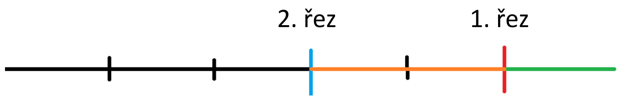
5.2 Abychom zjistili, zda rovnost platí, musíme nejprve vše převést na centimetry:

- 1 metr = 100 cm → pětina metru je 100 : 5 = 20 cm a $\frac{2}{5}$ metru = 40 cm
- 2 metry = 200 cm
- 1 700 mm = 170 cm, protože 1 cm = 10 mm

Zadání lze proto přepsat: 40 – _____ = 200 – 170; neboli 40 – _____ = 30
→ je potřeba doplnit číslo **10**.

6

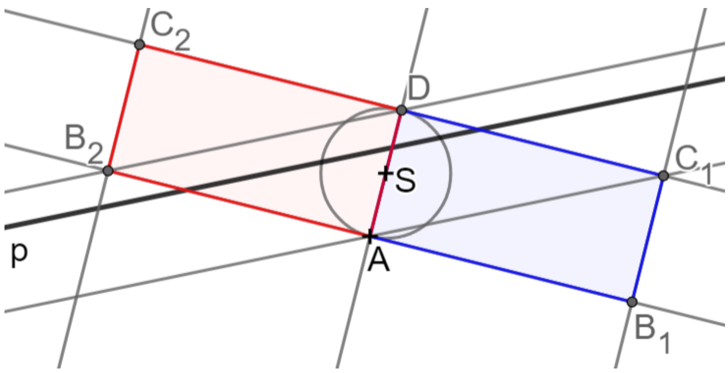
Pro řešení úloh doporučujeme nakreslit si obrázek:



6.1 Nejprve si rozdělíme tyč na 6 dílů – když 1 díl odřízneme (v obrázku označeno „1. řez“), potom bude mít delší část 5 dílů a kratší 1 díl, tedy bude splněna podmínka ze zadání, že *první řez byl proveden tak, aby delší část tyče po rozříznutí byla pětkrát delší než kratší část tyče.* Délka každého takového dílku je proto 180 : 6 = **30 cm**.

6.2 Nyní chceme provést druhý řez. Aby byla splněna podmínka, že *delší část tyče byla rozříznuta druhým řezem na dvě části tak, že jedna byla o polovinu delší než druhá*, musí být kratší část tyče dlouhá 2 díly a delší část 3 díly -> na delší části tyče proto musíme vyznačit 5 dílků (což už máme z úlohy 6.1) a představíme si, že provedeme řez v místě označeném „2. řez“. Jelikož z úlohy 6.1 víme, že každý vyznačený dílek je 30 cm dlouhý, nejdelší část tyče po rozřezání je dlouhá 90 cm, proto je o 180 – 90 = **90 cm** kratší než původní délka celé tyče.

7



7.1 Body *A* a *S* spojíme přímkou. Zabodneme kružítko do bodu *S* a naneseme vzdálenost *AS* „na druhou stranu“, čímž získáme bod *D*.

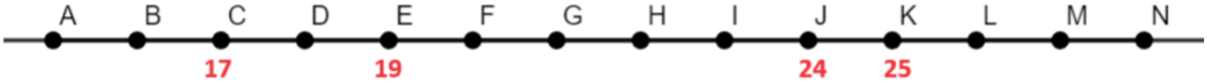
7.2 **Úloha má 2 řešení** – s přímkou *p* může být rovnoběžná úhlopříčka *AC* nebo *BD*. Je nutné sestrojit obě situace.

Situace 1: Úhlopříčka *AC* je rovnoběžná s přímkou *p*, a proto bodem *A* vedeme rovnoběžku s *p*. Bod C_1 leží na této rovnoběžce a kolmici k *AD* procházející bodem *D*. Pomocí dalších kolmic dorýsujeme obdélník AB_1C_1D.

Situace 2: Úhlopříčka *BD* je rovnoběžná s přímkou *p*, a proto bodem *D* vedeme rovnoběžku s *p*. Bod B_2 leží na této rovnoběžce a kolmici k *AD* procházející bodem *A*. Pomocí dalších kolmic dorýsujeme obdélník AB_2C_2D.

8

U písmene J si napíšeme číslo 24. Tuto úlohu doporučujeme řešit „metodou pokus – omyl“. Nejprve zkusíme vypočítat, jaká čísla by odpovídala písmenům C, E a K, kdyby délka jednoho dílku byla 1. Jak je vidět na obrázku, C by bylo 17, E by bylo 19 a K by bylo 25. V zadání je však podmínka, že číslo pod písmenem K je součinem čísel příslušících písmenům C a E, což není splněno, protože 17 · 19 není 25.



Zvolíme tedy délku jednoho dílku 2 a postup zopakujeme, ale podmínka ze zadání také není splněna, neboť 10 · 14 není 26.

Zopakováním postupu pro délku jednoho dílku 3 získáme správné řešení – viz obrázek, jelikož 3 · 9 = 27. Nyní si můžeme dopočítat i většinu ostatních hodnot a využít dopočtené výsledky k zodpovězení otázek.

8.1 Číslo 0 odpovídá bodu B. → **N**

8.2 Vynásobením čísla 0 a 9 získáme číslo 0. → **N**

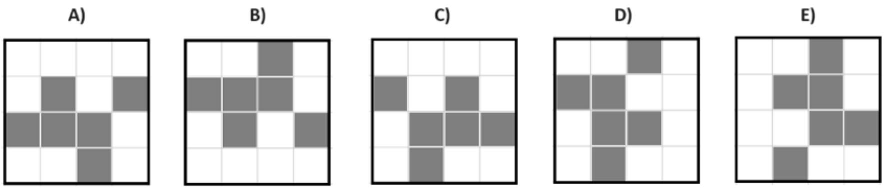
8.3 Sečtením čísla 0 a 9 získáme číslo 9. → **A**

9

Nejprve si vypočítáme, kolik letáků je možné vytisknout za minutu na obou tiskárnách současně. Na první tiskárně 12 letáků, což odpovídá dvěma třetinám počtu letáků na druhé tiskárně → třetina letáků za minutu na druhé tiskárně je 6 stran, tedy na druhé tiskárně se vytiskne 6 · 3 = 18 letáků za minutu. Jelikož se na obou tiskárnách dohromady vytiskne za minutu 30 letáků, bude tisk trvat
1260 : 30 = **42 minut**. → **Odpověď E**

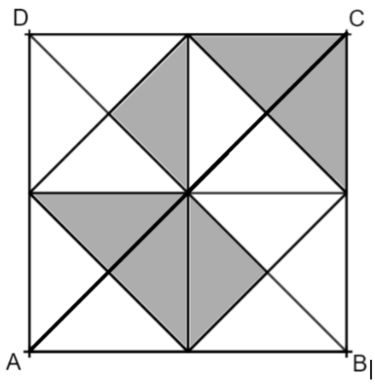
10

Vhodným otočením obrazce B získáme obrazce C, D a E, avšak ne **obrazec A**. → **Odpověď A**



11

Když spojíme body *A* a *C*, získáme obrázek, který vidíte vpravo. Celý obrazec je rozdělen na 16 stejných trojúhelníčků. Šest z nich je šedých, deset je bílých. Obsah jednoho trojúhelníčku je
162 : 6 = 27 cm^2. Protože bílých trojúhelníčků je o čtyři více než šedých, bude součet obsahů bílých trojúhelníčků
o 4 · 27 = **108 cm^2** větší než součet obsahů šedých trojúhelníčků.
→ **Odpověď A**



12

12.1 V únoru se věnovala Magdalena sportu o 5 hodin méně než v lednu. V březnu se věnovala sportu o 2 hodiny více než v únoru (tedy jen o 3 hodiny méně něž v lednu), avšak v dubnu se věnovala sportu o 5 hodin méně než v březnu (**tedy o 8 hodin méně než v lednu**). → **Odpověď E**

12.2 V této části úlohy musíme počítat Bořislavovy hodiny „proti času“, tedy od dubna k lednu:

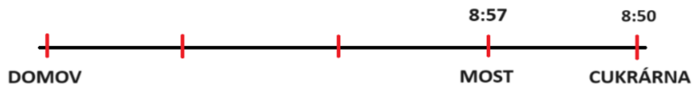
- Dubnových 44 hodin bylo o 4 hodiny méně než v březnu, tedy v březnu bylo 48 hodin;
- Březnových 48 hodin bylo o 5 hodin více než počet únorových hodin, kterých proto bylo 43;
- Únorových 43 hodin bylo o 3 hodiny více než v lednu, kdy počet hodin věnovaných sportu byl 40 hodin.

Máme porovnat dobu věnovanou sportu v lednu (40 hodin) a březnu (48 hodin). V březnu byla **o 8 hodin vyšší než v lednu**. → **Odpověď C**

12.3 Z grafu vyčteme, že se Oskar věnoval sportu o 8 hodin více v dubnu než v prosinci předcházejícího roku. Jelikož se počet hodin měl mezi těmito měsíci ztrojnásobit, musí 8 hodin odpovídat dvojnásobku času, který Oskar věnoval sportu v prosinci. S pomocí grafu následně vypočítáme, že Oskar sportoval v lednu 9 hodin, v únoru 8 hodin a v březnu 9 hodin, tedy celkem **26 hodin**. → **Odpověď B**

13

Nejprve je nutné vypočítat dobu cesty pana Matouška. Jelikož je v cukrárně 25 minut a přichází v 8:25, pak odchází z cukrárny v 8:50. Most, který je ve třech čtvrtinách cesty pana Matouška od domu k cukrárně, přechází pan Matoušek při cestě zpět v 8:57, tedy 7 minut odpovídá jedné čtvrtině jeho cesty. Podívejte se na obrázek:



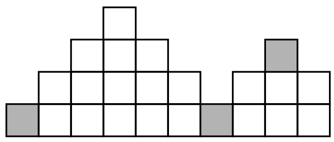
13.1 Jelikož každý díl cesty trvá panu Matouškovi 7 minut, přijde domů v **9:18**. → **Odpověď F**

13.2 Aby přišel pan Matoušek do cukrárny v 8:25, musí vyrazit o 28 minut dříve, tedy v **7:57** (25 minut před jeho příchodem do cukrárny je 8:00 a 3 minuty před tím je 7:57). → **Odpověď A**

13.3 Aby pan Matoušek přišel domů v 9:25 (místo v 9:18), musel by vyjít o 7 minut později, tedy v 8:04 a poprvé přejít most v **8:25**. → **Odpověď D**

14

Pro řešení úlohy je vhodné využít obrázek – tedy část zdi, která se neustále opakuje. Tuto část nazveme úsek zdi. Vidíme, že úsek zdi se skládá z 3 tmavých kostek, 20 světlých kostek – celkem vyrovnaných v 10 sloupcích.



14.1 V jednom úseku zdi jsou 3 tmavé kostky, a proto vypočítáme, kolik celých úseků zdi sestavíme ze 31 tmavých kostek. Vydělíme se zbytkem 31 : 3 = 10 (zbytek 1). Postavíme tedy 10 úseků zdi a dále můžeme postavit 31. tmavou kostku a za ní pět zcela bílých sloupců, jak ukazuje obrázek vpravo. Celkem tedy budeme mít 10 celých úseků obsahujících 10 · 23 = 230 kostek + část 15. úseku z 15 kostek, tedy stavba může mít nejvýše **245 kostek**.

14.2 Opět budeme dělit se zbytkem – jeden úsek zdi obsahuje 20 bílých kostek tedy z 242 kostek můžeme postavit 242 : 20 = 12 celých úseků a první dva sloupce 13. úseku. Jelikož jeden úsek je složen z 10 sloupců, 12 úseků obsahuje 120 sloupců a k tomu připočteme první dva sloupce 13. úseku, tedy **122 sloupců**.

14.3 Opět budeme dělit se zbytkem – jeden úsek zdi obsahuje 10 sloupců, tedy 156 : 10 = 15 (zbytek 6). V dané stavbě je 15 celých úseků (z 300 bílých a 45 tmavých kostek) a zbytek obsahuje 1 tmavou 14 bílých kostek, jak ukazuje obrázek u úlohy 14.1. Stavba celkem obsahuje 314 bílých a 46 tmavých kostek, a proto se jejich počet liší o 314 – 46 = **268**.