



Testový klíč

MATEMATIKA 9

VZOROVÝ TEST 2025/26

- 1 Jednomu malíři by natření prvního domu trvalo $5 \cdot 36 \text{ h} = 180 \text{ h}$. Druhý dům by jednomu malíři trvalo natřít o třetinu času méně, tj. o 60 h méně, tedy 120 h. Osmi malířům to bude trvat pouze osminu času, tedy $120 \text{ h} : 8 = \mathbf{15 \text{ hodin}}$.

- 2 Nejprve upravíme obě smíšená čísla na zlomky v základním tvaru:

$$9\frac{1}{4} = \frac{36+1}{4} = \frac{37}{4} \quad 2\frac{5}{16} = \frac{32+5}{16} = \frac{37}{16}$$

Vypočítáme odmocninu ze součinu: $\sqrt{\frac{37}{4} \cdot \frac{37}{16}} = \sqrt{\frac{37^2}{64}} = \frac{\sqrt{37^2}}{\sqrt{64}} = \frac{37}{8}$

3

3.1 $-\frac{1}{4} : \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{12}\right) = -\frac{1}{4} : \frac{3+5}{12} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{12}{8} = -\frac{3}{8}$

3.2 $\frac{5 \cdot (5^2 - 4 \cdot 4)}{\frac{\sqrt{5^2 - 3^2}}{\sqrt{3 \cdot 3}}} = \frac{5 \cdot (25 - 16)}{\frac{\sqrt{25 - 9}}{\frac{\sqrt{9}}{6}}} = \frac{5 \cdot 9}{\frac{4}{\frac{3}{6}}} = \frac{45}{4} : \frac{1}{2} = \frac{45}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{45}{2}$

4

4.1 $x \cdot (3y - 4) - 4 \cdot (y - x) = 3xy - 4x - 4y + 4x = 3xy - 4y = y \cdot (3x - 4)$

4.2 Využijeme vzorec: $A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B) \rightarrow$ ze zadání známe prvního činitele $(5m + 9) \rightarrow$ aby výsledkem bylo $(25m^2 - 81)$, druhý činitel musí být $(5m - 9)$

4.3 $(y - 1)^2 - 3 \cdot (2y - 3y)^2 - 2y \cdot (y - 1) = y^2 - 2y + 1 - 3 \cdot (-y)^2 - 2y^2 + 2y = y^2 - 2y + 1 - 3y^2 - 2y^2 + 2y = \mathbf{-4y^2 + 1}$

5

5.1 $\left(\frac{x-1}{3} - x\right) \cdot 6 = 1,5 \cdot (4x + 3) + 3,5$
 $2x - 2 - 6x = 6x + 4,5 + 3,5$
 $-10x = 10$
 $x = \mathbf{-1}$

5.2 $2 \cdot \frac{5-3y}{4} = \frac{y-2}{3} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3-7y}{2}$
 $\frac{5-3y}{2} = \frac{y-2}{3} + \frac{9-21y}{16} \quad | \cdot 48$
 $120 - 72y = 16y - 32 + 27 - 63y$
 $y = \mathbf{5}$

- 6 Nejříve vypočteme, jakou část nádrže spotřebuje 1 osoba za jeden den. Pobyt 14 osob po dobu 3 dnů odpovídá 42 přídělům, což jsou tři čtvrtiny nádrže. Využijeme přímou úměrnost $\rightarrow$ čtvrtina nádrže odpovídá 14 přídělům $\rightarrow$ celá nádrž = 56 denních přídělů.

6.1 Pobyt 5 osob na 7 dní $\rightarrow$ spotřebuje se 35 přídělů, tedy $\frac{35}{56} = \frac{5}{8}$ nádrže.

6.2 Plná zásobní nádrž pro 3 osoby vydrží $56 : 3 = 18$ (zbytek 2) $\rightarrow \mathbf{18}$ celých dní.

6.3 1. skupina $\rightarrow x$ osob po dobu 7 dní $\rightarrow$ spotřeba $7x$ přídělů

2. skupina $\rightarrow (x + 3)$ osob po 4 dny $\rightarrow$ spotřeba $4 \cdot (x + 3)$ přídělů

Celá nádrž odpovídá 56 přídělům $\rightarrow$ sestavíme rovnici: $7x + 4 \cdot (x + 3) = 56 \rightarrow$

$7x + 4x + 12 = 56 \rightarrow 11x = 44 \rightarrow x = 4 \rightarrow$ ve druhé skupině je $\mathbf{7}$ osob.

7

7.1 Počet aut ... $x \rightarrow$ počet zabraných míst auty ... x

Počet motorek ... $x \rightarrow$ počet zabraných míst motorkami ... $\frac{x}{3}$

Celkem je k dispozici 84 míst $\rightarrow \frac{x}{3} + x = 84 \rightarrow x + 3x = 252 \rightarrow x = 63$

Na návrhu parkoviště je místo pro 63 motorek a 63 aut, tedy **126** vozidel celkem.

7.2 Podobný postup jako u 7.1.

Počet aut ... $x \rightarrow$ počet zabraných míst auty ... x

Počet motorek ... $(x - 48) \rightarrow$ počet zabraných míst motorkami ... $\frac{x-48}{3}$

Celkem je k dispozici 84 míst. Sestavíme rovnici $\rightarrow \frac{x-48}{3} + x = 84 \rightarrow x = 75$

$\rightarrow$ aut je 75, motorek o 48 méně $\rightarrow 27$

Základ (100 %) je počet aut (75) $\rightarrow$ vypočteme procentovou část $27 : 75 = 0,36 \rightarrow$ počet motorek tvoří 36 % počtu aut, je jich tedy o **64 %** méně ($100 \% - 36 \% = 64 \%$).

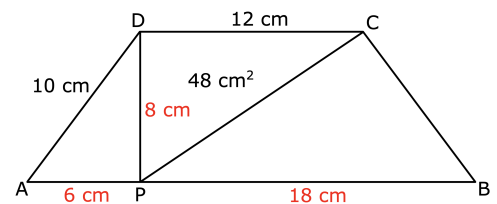
8

8.1 Výška lichoběžníku ABCD odpovídá délce úsečky PD.

Tu spočítáme z pravoúhlého trojúhelníku PCD.

Pro obsah pravoúhlého trojúhelníků totiž platí:

$$S_{PCD} = \frac{|CD| \cdot |PD|}{2}$$



Po dosazení dostáváme: $v = |PD| = \frac{48}{12} \cdot 2 = 8 \text{ cm}$

8.2 Obsah lichoběžníku spočítáme pomocí vzorečku $S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$

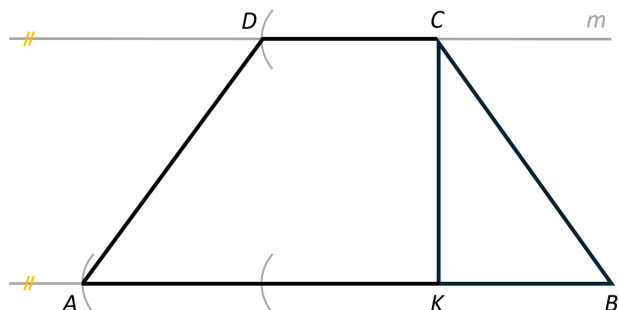
Výšku v i délku strany $c = |CD|$ již známe. Musíme spočítat délku strany $a = |AB|$.

Využijeme toho, že je lichoběžník rovnoramenný: $a = 12 + 6 + 6 = 24 \text{ cm}$

Nyní dosadíme: $S = \frac{(24 + 12) \cdot 8}{2} = 144 \text{ cm}^2$

9

- 1) Na polopřímce BK naneseme z bodu K 2x vzdálenost BK, tím získáme bod A.
- 2) Bodem C vedeme rovnoběžku (m) se vzniklou stranou AB.
- 3) Z bodu C naneseme vzdálenost BK, tím získáme bod D.
- 4) Narýsujeme a označíme lichoběžník ABCD.



Alternativa ke 2. a 3. kroku:

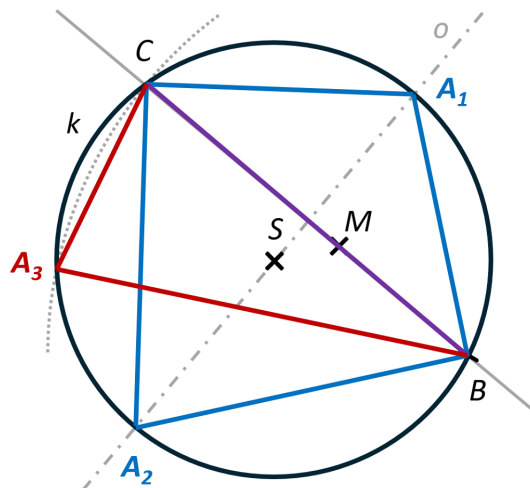
Z bodu C pomocí kružítka naneseme vzdálenost BK.

Z bodu A naneseme vzdálenost BC $\rightarrow$ v průsečíku kružnic získáme bod D.

- 10 Nejprve sestrojíme přímku $BM \rightarrow$ bod C leží na jejím průsečíku s kružnicí k . Jelikož je strana AB ramenem, je druhým ramenem buď strana AC , nebo strana BC . Je proto nutné vyšetřit obě situace.

- 1) AB, AC jsou ramena (BC je základna) $\rightarrow$ vrcholy A_1 resp. A_2 jsou průsečíky osy úsečky BC a kružnice k .
- 2) AB, BC jsou ramena (AC je základna) $\rightarrow$ sestrojíme kružnici se středem v bodě B tak, aby tato kružnice procházela bodem $C \rightarrow$ v průsečíku s kružnicí k označíme bod A_3 .

Úloha má tedy 3 řešení.



11

- 11.1 Oba útvary mají shodný obvod a pro oba platí, že mají všechny čtyři strany **shodné** délky, tj. $24 : 4 = 6$ cm. $\rightarrow$ **N**
- 11.2 Vypočteme výšku ze vzorce pro obsah kosočtverce:
 $S = a \cdot v_a \rightarrow 30 = 6 \cdot v_a \rightarrow v_a = 5$ cm $\rightarrow$ výška v_a je o **1 cm kratší** než strana $a \rightarrow$ **A**
- 11.3 Obsah čtverce vypočteme jako $S = a^2 = 36$ cm² $\rightarrow$ **A**

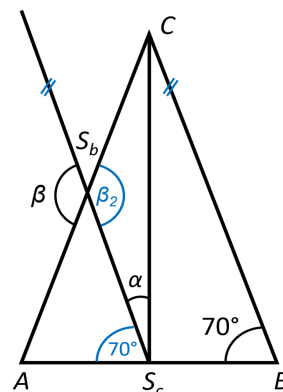
12

Nápověda: Střední příčka trojúhelníku je úsečka, která spojuje dva středy jeho stran. Vůči straně, kterou neprotíná, je poloviční délky a je s ní rovnoběžná.

Úsečka $S_c S_b$ (střední příčka) je rovnoběžná s $BC \rightarrow$ velikost úhlu $AS_c S_b$ je 70° . Ten spolu s úhlem α tvoří pravý úhel (90°) $\rightarrow \alpha = 20^\circ$. Úhel β je shodný s β_2 (dva vrcholové úhly u bodu S_b). Velikost úhlu vypočteme z rovnoramenného trojúhelníku $S_b S_c C$ se základnou $S_c C$ (díky tomu, že $S_b S_c$ je střední příčkou trojúhelníku ABC).

Jelikož velikost úhlu α mezi stranou a základnou je 20° , dopočítáme velikost úhlu $\beta_2 \rightarrow 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ$.

Rozdíl $\beta - \alpha = 120^\circ \rightarrow$ **Odpověď C**



13

Objem nádoby zjistíme pomocí vzorce $V = S_p \cdot v \rightarrow$ nejprve vypočteme obsah

podstavy dle vzorce pro obsah trojúhelníku: $S_p = \frac{a \cdot v}{2} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80$ cm²

Dopočítáme objem: $V = S_p \cdot v = 80 \cdot 100 = 8000$ cm³ = 8000 ml = **8 l** $\rightarrow$ **Odpověď D**

14

Nejprve si zapíšeme, kolik času zaberou jednotlivé cesty:

Autem ... x min $\rightarrow$ pěšky ... $5x$ min $\rightarrow$ na kole ... $40\% \text{ z } 5x = 0,40 \cdot 5x = 2x$

Sestavíme rovnici, nejprve slovně: „dvě zpáteční cesty autem + 5 minut = cesta pěšky“

Rovnicí vyjádříme: $4x + 5 = 5x \rightarrow x = 5 \rightarrow$ Cesta na kole zabere **10 minut**. $\rightarrow$ **Odpověď B**

15

- 15.1 V minulém roce bylo x notebooků a přibýlo $\frac{x}{3}$ nových, celkem je jich 24. Počet starých a nových notebooků vypočteme z rovnice $x + \frac{x}{3} = 24 \rightarrow x = 18$. Starých notebooků je 18, nových je tedy 6 $\rightarrow$ z aktuálního počtu $6 : 24 = 0,25 \rightarrow 25 \% \rightarrow$ **Odpověď C**
- 15.2 Cena lístku... $\frac{2}{5} = 0,4$ kapesného, tj. 40 %. Ze zbývajících 60 % byly dvě pětiny použity na popcorn, tedy $60 : 5 \cdot 2 = 24 \% \rightarrow$ zbylo mu **36 %** kapesného. $\rightarrow$ **Odpověď E**
- 15.3 Původní Dominikovy úspory = 100 % $\rightarrow$ po zakoupení hry mu zůstalo 75 % $\rightarrow$ pak dostal 40 % z aktuálních úspor. Chceme tedy zjistit 140 % ze 75 % $\rightarrow 1,4 \cdot 75 = 105 \rightarrow 105 \% \rightarrow$ rozdíl činí **5 %**. $\rightarrow$ **Odpověď A**

- 16 Informace ze zadání (obrázků) si přepíšeme do tabulky. Tučně zvýrazněné údaje jsou napočítány z obrázků, zbývající dopočteme.

Pořadí obrazce	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Počet nově vzniklých tmavých čtverců	1	4	16	64	256	1 024
Celkový počet tmavých čtverců	1	5	21	85	341	1 365
Počet bílých trojúhelníků	4	24	104	424	1 704	6 824

Počet nově vzniklých tmavých čtverců je u každého obrazce čtyřnásobný oproti předchozímu, a proto můžeme doplnit i další dva řádky tabulky.

V posledním řádku tabulky platí, že rozdíl počtu bílých trojúhelníků mezi sousedními obrazci v řadě se rovněž čtyřikrát zvyšuje. Rozdíl počtu bílých trojúhelníků mezi 1. a 2. obrazcem je 20, mezi 2. a 3. je 80, mezi 3. a 4. je 320 atd.

Na základě vyplněné tabulky zodpovíme jednotlivé otázky (v tabulce kurzívou):

- 16.1 **85** tmavých čtverců
- 16.2 **1 704** bílých trojúhelníků
- 16.3 **6.** obrazec v řadě (neboť $6\,824 - 1\,365 = 5\,459$)

Detailní vysvětlení principu úlohy 16

Pro objasnění doplňování tabulky se zaměříme na druhý a třetí obrazec. Třetí vznikne tak, že do každého „rohu“ druhého obrazce umístíme zmenšený obraz druhého obrazce (který zakryje zmenšený obraz prvního obrazce). Stejným způsobem postupujeme dále. Čtvrtý obrazec vznikne umístěním zmenšeného obrazce do rohů, čímž dojde k zakrytí zmenšených obrazů druhého obrazce. Pro výpočet počtu tmavých čtverců ve čtvrtém obrazci tedy použijeme následující postup:

K celkovému počtu tmavých čtverců třetího obrazce přičteme čtyřnásobek počtu tmavých čtverců (vznikají 4 nové rohy, ve kterých je umístěn zmenšený obraz třetího obrazce). Zároveň však dochází k zakrytí 4 rohů, ve kterých byl umístěn zmenšený obraz druhého obrazce. Čtyřnásobek tohoto počtu tak musíme odečíst $\rightarrow 21 + 4 \cdot 21 - 4 \cdot 5 = 85$

Stejný postup lze volit i pro další obrazce a rovněž pro výpočet počtu bílých trojúhelníků.